

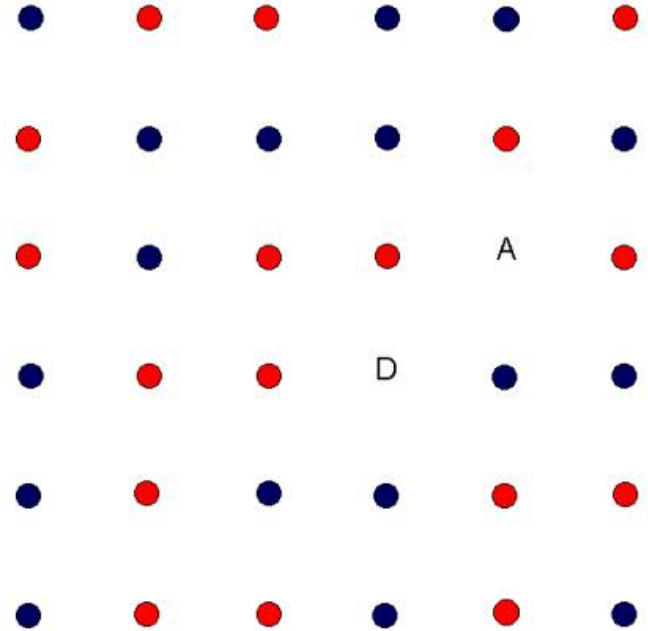
Math en Jeans 2017 - Sujets

Sujet 1 - Un parcours à haut risque

En partant de D , il s'agit d'atteindre A après avoir ramassé toutes les pastilles rouges et bleues. Les règles sont les suivantes :

- à partir d'un point, on peut rejoindre tout point adjacent (même horizontale, verticale ou diagonale) ;
- il est exclu de repasser par un point déjà visité ;
- il est exclu de ramasser deux pastilles consécutives de même couleur sinon elles explosent.

Existe-t-il une solution ?



Sujet 2 - Le jeu de Sim

Le jeu de Sim se joue sur les six sommets d'un hexagone régulier. Deux joueurs munis de crayons de couleurs différentes (Rouge et Bleu par exemple) tracent à tour de rôle un des 15 segments (arêtes ou diagonales) qui relient ces sommets.

Le premier joueur qui trace un triangle monocouleur dont les sommets sont des sommets de l'hexagone a perdu.

- Y a-t-il toujours un perdant ?
- Dans la figure 1, sept segments ont été tracés par les deux joueurs et c'est à Rouge de jouer. Qui perd ?
- Dans la figure 2, c'est à Bleu de jouer. Qui perd ?

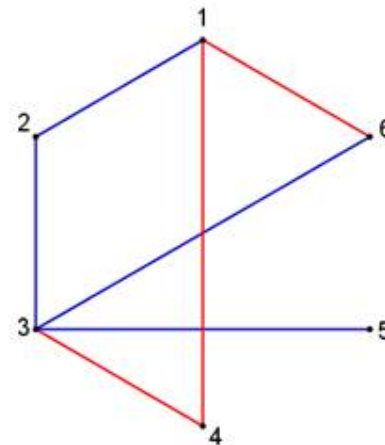


figure n°1

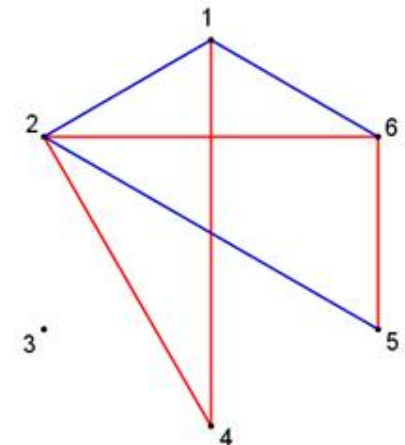


figure n°2

Sujet 3 - Le bon, la brute et le truand

Le bon, la brute et le truand s'affrontent en « truel » (duel à trois). L'ordre de tir est tiré au sort par un arbitre extérieur et chacun ne tire qu'à son tour jusqu'à ce qu'il ne reste qu'un survivant. Chaque tireur tire où il veut : sur l'un, sur l'autre, sur un lièvre qui passe, à côté, en l'air, ...

Leur habileté est variable : le bon a un taux de réussite de 100%, la brute de 80% et le truand de 50%.

En supposant que chacun adopte la meilleure stratégie et qu'il n'y a aucune concertation préalable entre deux quelconques des protagonistes, déterminer quel est le tireur qui a les plus grandes chances de survie.

Quelles sont les chances de survie si les taux de réussite respectifs sont p , q et r avec $0 < r \leq q \leq p \leq 1$?

Avec les taux de réussite 1, 0,8 et 0,5, que deviennent les chances de survie des trois tireurs si deux d'entre eux décident préalablement de constituer une coalition contre le troisième à son insu ?

Sujet 4 - Ex nihilo, quelque chose

A - L'anniversaire d'Anne.

Anne rencontre ses amis Brice et Christophe qui lui demandent la date de son anniversaire.

Elle leur donne le choix entre dix dates, mais elle indique le mois à Brice et le jour à Christophe.

Mai	Juin	Juillet	Août
15	17	14	14
16	18	16	15
19			17

Brice et Christophe ont alors cette conversation.

Brice - Je ne connais pas la date anniversaire, mais je sais que tu ne la connais pas non plus.

Christophe - Au début, je n'en savais rien non plus, mais maintenant, je le sais.

Brice - Alors moi aussi, je le sais.

Quelle est la date de l'anniversaire d'Anne ?

B - Deux nombres à deviner

Les nombres entiers m et n vérifient : $m > 1$, $n > 1$ et $m + n < 100$.

Delphine connaît le produit $p = mn$ et Ethan la somme $s = m + n$. Tous deux sont d'excellents mathématiciens.

La conversation suivante se tient.

Delphine - Je ne connais pas ces nombres.

Ethan - Je m'en doutais bien ; mais c'est mon cas également.

Delphine - Dans ce cas, je sais quels sont les deux nombres.

Ethan - Bravo, mais alors moi aussi.

Quels sont ces deux nombres ?

C - Et pour les courageux...

Les nombres a, b, c, d et e vérifient $1 \leq a < b < c < d < e \leq 10$.

On indique à Patricia leur produit $P = abcde$, à Sylvie leur somme $S = a + b + c + d + e$, à Christian la somme de leurs carrés $C = a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2$ et à Vincent, la valeur $V = (a + b + c)(d + e)$.

- Après une heure, les quatre personnages déclarent tous ensemble : « Je ne connais pas les nombres a, b, c, d, e ».
- Après deux heures, les quatre personnages déclarent tous ensemble : « Je ne connais pas les nombres a, b, c, d, e ».
- Après trois heures, les quatre personnages déclarent tous ensemble : « Je ne connais pas les nombres a, b, c, d, e ».
- ⋮
- Après vingt-trois heures, les quatre personnages déclarent tous ensemble : « Je ne connais pas les nombres a, b, c, d, e ».

Mais après cette 23^{ème} réponse, leurs visages s'éclairent et tous s'exclament : « C'est bon : maintenant, je connais a, b, c, d et e ».

Quels sont les cinq nombres a, b, c, d et e ?